

**UZUPEŁNIA ZDAJĄCY**

**KOD**

--	--	--

**PESEL**

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

*miejsce  
na naklejkę*

**EGZAMIN MATURALNY  
Z MATEMATYKI  
POZIOM ROZSZERZONY**

DATA: **9 maja 2017 r.**

GODZINA ROZPOCZĘCIA: **9:00**

CZAS PRACY: **180 minut**

LICZBA PUNKTÓW DO UZYSKANIA: **50**

**UZUPEŁNIA ZESPÓŁ  
NADZORUJĄCY**

Uprawnienia zdającego do:

- |                          |                                       |
|--------------------------|---------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> | dostosowania<br>kryteriów oceniania   |
| <input type="checkbox"/> | nieprzenoszenia<br>zaznaczeń na kartę |

**Instrukcja dla zdającego**

1. Sprawdź, czy arkusz egzaminacyjny zawiera 18 stron (zadania 1–15).  
Ewentualny brak zgłoś przewodniczącemu zespołu nadzorującego egzamin.
2. Rozwiązania zadań i odpowiedzi wpisuj w miejscu na to przeznaczonym.
3. Odpowiedzi do zadań zamkniętych (1–4) zaznacz na karcie odpowiedzi w części karty przeznaczonej dla zdającego. Zamaluj  pola do tego przeznaczone. Błędne zaznaczenie otocz kółkiem  i zaznacz właściwe.
4. W zadaniu 5. wpisz odpowiednie cyfry w kratki pod treścią zadania.
5. Pamiętaj, że pominięcie argumentacji lub istotnych obliczeń w rozwiązaniu zadania otwartego (6–15) może spowodować, że za to rozwiązanie nie otrzymasz pełnej liczby punktów.
6. Pisz czytelnie i używaj tylko długopisu lub pióra z czarnym tuszem lub atramentem.
7. Nie używaj korektora, a błędne zapisy wyraźnie przekreśl.
8. Pamiętaj, że zapisy w brudnopisie nie będą oceniane.
9. Możesz korzystać z zestawu wzorów matematycznych, cyrkla i linijki oraz kalkulatora prostego.
10. Na tej stronie oraz na karcie odpowiedzi wpisz swój numer PESEL i przyklej naklejkę z kodem.
11. Nie wpisuj żadnych znaków w części przeznaczonej dla egzaminatora.



MMA-R1\_1P-172

**NOWA FORMUŁA**

W zadaniach od 1. do 4. wybierz i zaznacz na karcie odpowiedzi poprawną odpowiedź.

**Zadanie 1. (0–1)**

Liczba  $\left(\sqrt{2-\sqrt{3}} - \sqrt{2+\sqrt{3}}\right)^2$  jest równa

- A. 2                      B. 4                      C.  $\sqrt{3}$                       D.  $2\sqrt{3}$

**Zadanie 2. (0–1)**

Nieskończony ciąg liczbowy jest określony wzorem  $a_n = \frac{(n^2 - 10n)(2 - 3n)}{2n^3 + n^2 + 3}$  dla  $n \geq 1$ .

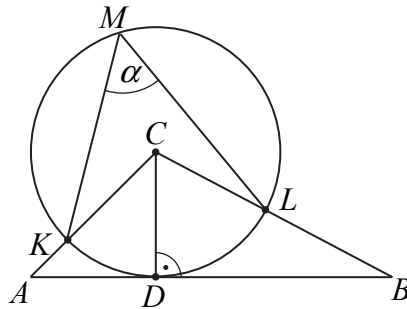
Wtedy

- A.  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \frac{1}{2}$                       B.  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$                       C.  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = -\infty$                       D.  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = -\frac{3}{2}$

**Zadanie 3. (0–1)**

Odcinek  $CD$  jest wysokością trójkąta  $ABC$ , w którym  $|AD| = |CD| = \frac{1}{2}|BC|$  (zobacz rysunek).

Okrąg o środku  $C$  i promieniu  $CD$  jest styczny do prostej  $AB$ . Okrąg ten przecina boki  $AC$  i  $BC$  trójkąta odpowiednio w punktach  $K$  i  $L$ .



Zaznaczony na rysunku kąt  $\alpha$  wpisany w okrąg jest równy

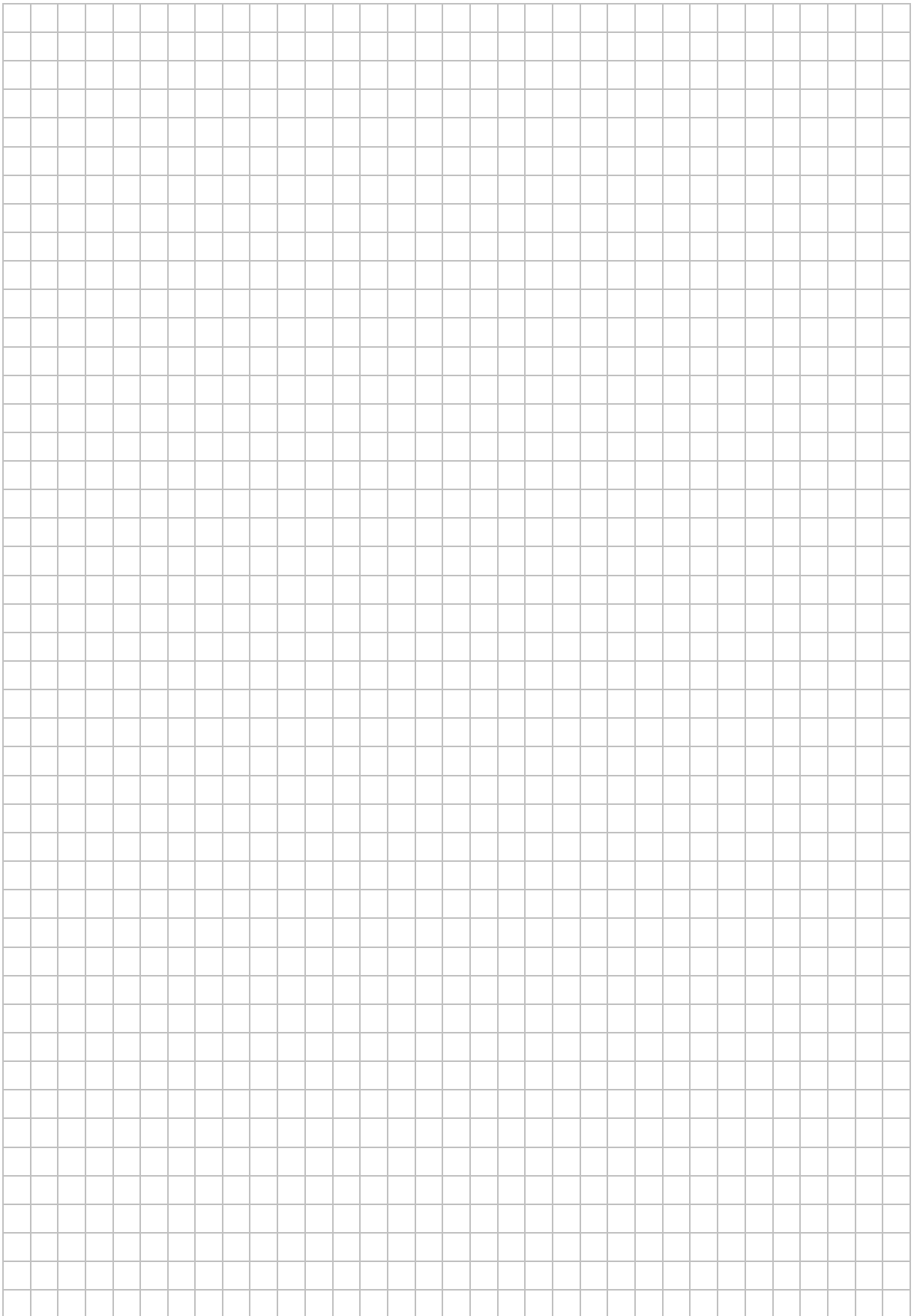
- A.  $37,5^\circ$                       B.  $45^\circ$                       C.  $52,5^\circ$                       D.  $60^\circ$

**Zadanie 4. (0–1)**

Dane są punkt  $B = (-4, 7)$  i wektor  $\vec{u} = [-3, 5]$ . Punkt  $A$ , taki, że  $\overline{AB} = -3\vec{u}$ , ma współrzędne

- A.  $A = (5, -8)$                       B.  $A = (-13, 22)$                       C.  $A = (9, -15)$                       D.  $A = (12, 24)$

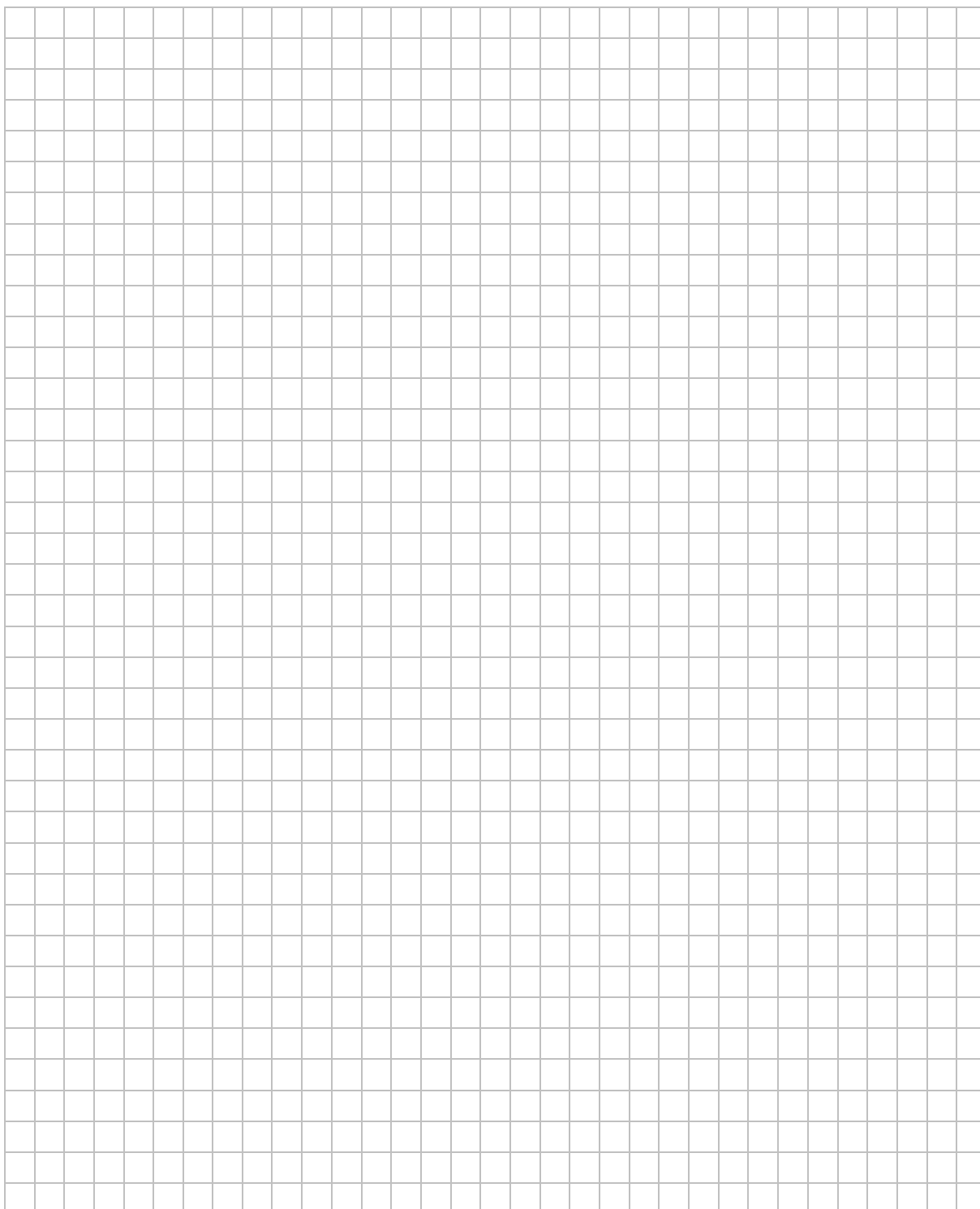
**BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)**





**Zadanie 7. (0–3)**Udowodnij, że dla dowolnych różnych liczb rzeczywistych  $x, y$  prawdziwa jest nierówność

$$x^2y^2 + 2x^2 + 2y^2 - 8xy + 4 > 0.$$

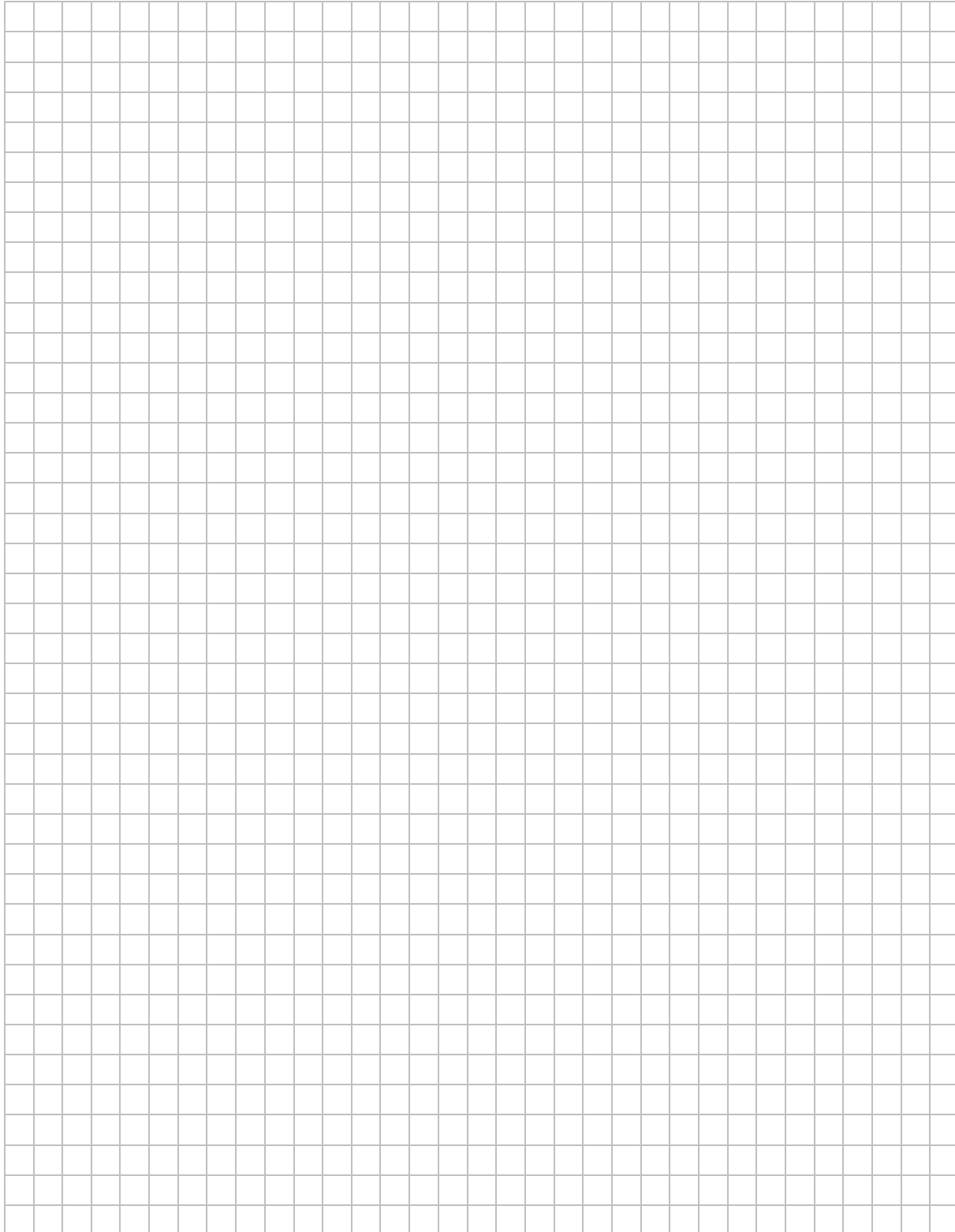


<b>Wypełnia egzaminator</b>	<b>Nr zadania</b>	<b>5.</b>	<b>6.</b>	<b>7.</b>
	<b>Maks. liczba pkt</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>3</b>
	<b>Uzyskana liczba pkt</b>			

**Zadanie 8. (0–3)**

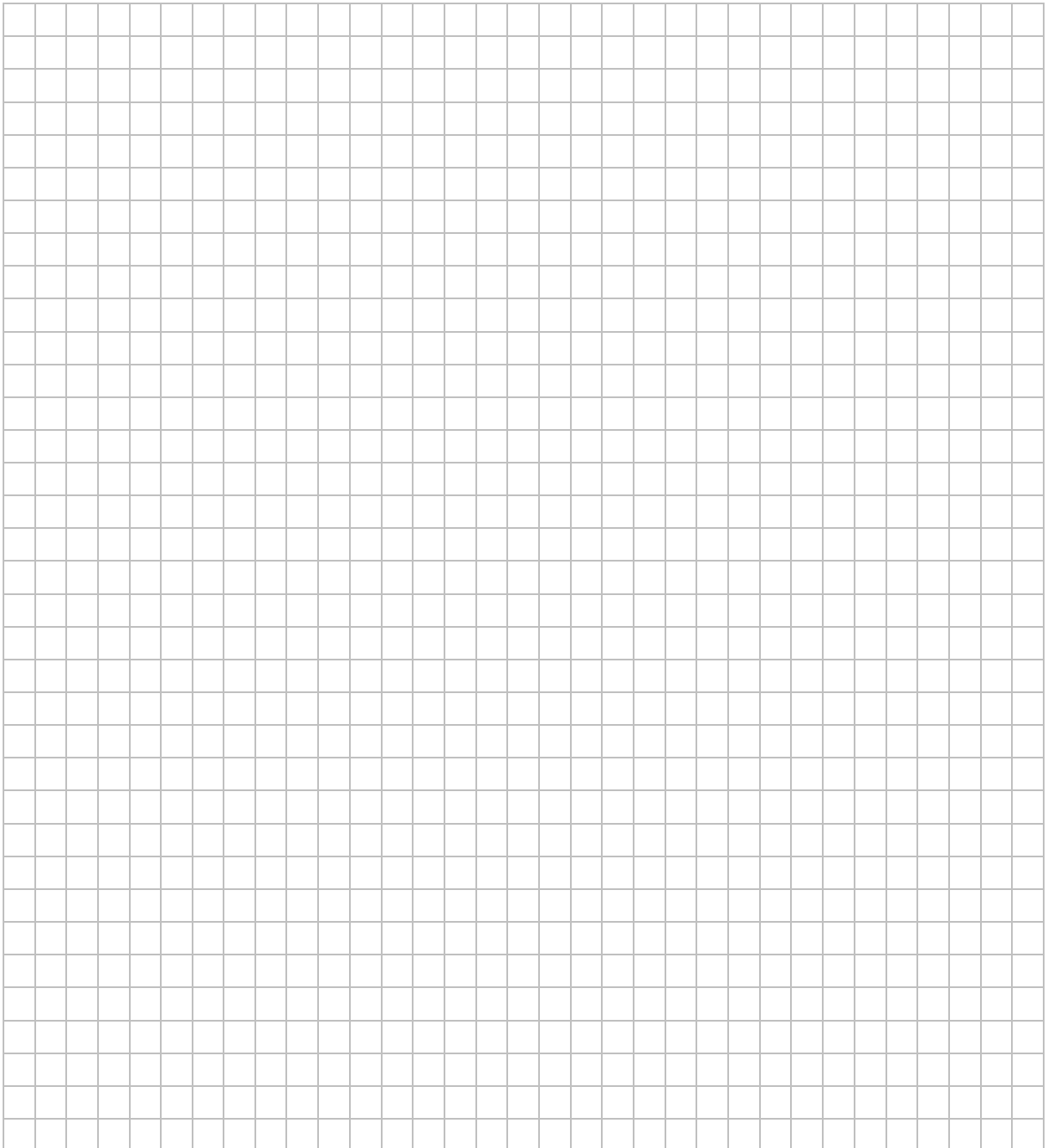
W trójkącie ostrokątnym  $ABC$  bok  $AB$  ma długość  $c$ , długość boku  $BC$  jest równa  $a$  oraz  $|\sphericalangle ABC| = \beta$ . Dwusieczna kąta  $ABC$  przecina bok  $AC$  trójkąta w punkcie  $E$ .

Wykaż, że długość odcinka  $BE$  jest równa  $\frac{2ac \cdot \cos \frac{\beta}{2}}{a+c}$ .



**Zadanie 9. (0–4)**

W czworościanie, którego wszystkie krawędzie mają taką samą długość 6, umieszczono kulę tak, że ma ona dokładnie jeden punkt wspólny z każdą ścianą czworościanu. Płaszczyzna  $\pi$ , równoległa do podstawy tego czworościanu, dzieli go na dwie bryły: ostrosłup o objętości równej  $\frac{8}{27}$  objętości dzielonego czworościanu i ostrosłup ścięty. Oblicz odległość środka  $S$  kuli od płaszczyzny  $\pi$ , tj. długość najkrótszego spośród odcinków  $SP$ , gdzie  $P$  jest punktem płaszczyzny  $\pi$ .

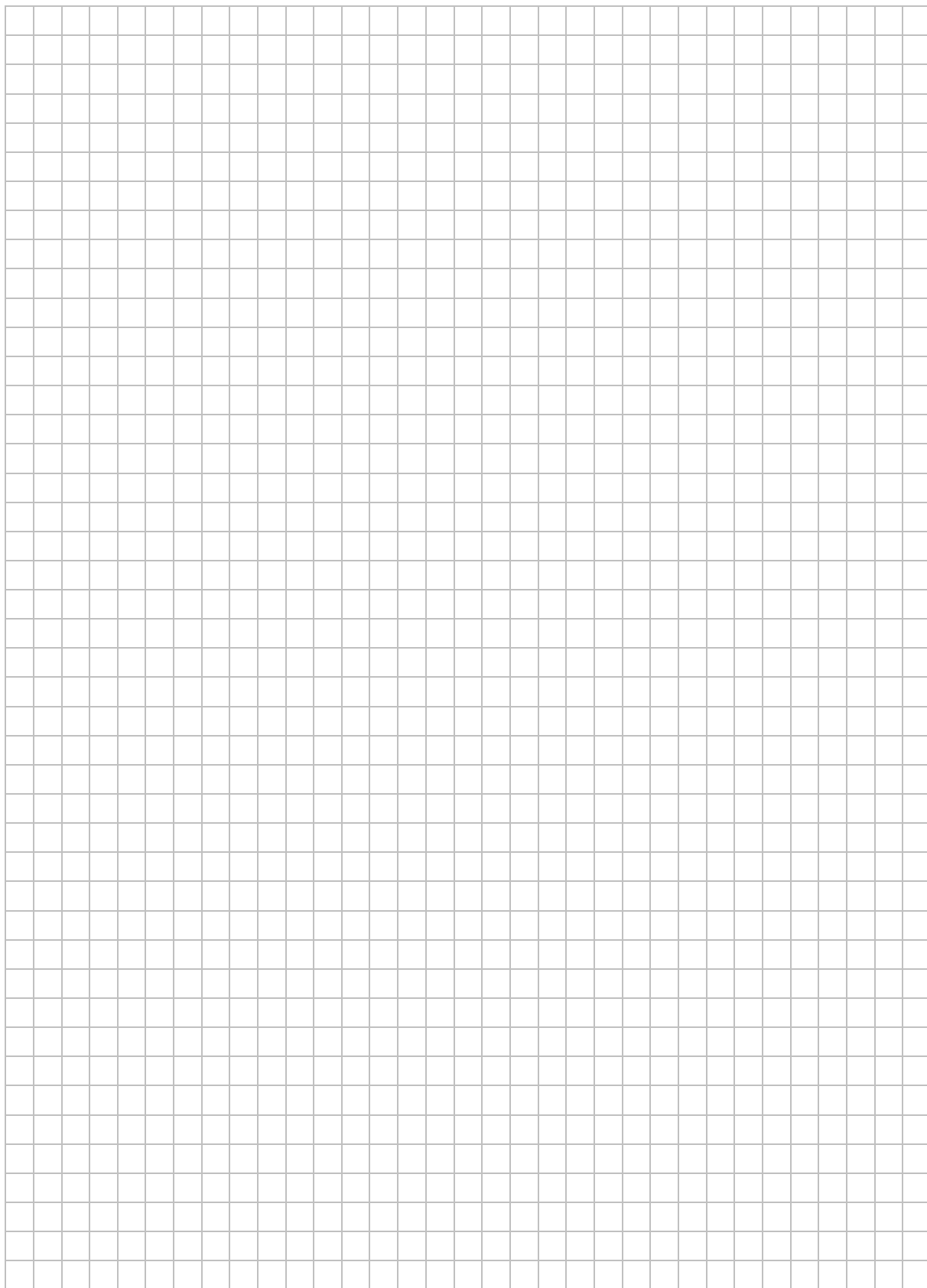


Odpowiedź: .....

Wypełnia egzaminator	Nr zadania	8.	9.
	Maks. liczba pkt	3	4
	Uzyskana liczba pkt		

**Zadanie 10. (0-4)**

Rozwiąż równanie  $\cos 2x + 3 \cos x = -2$  w przedziale  $\langle 0, 2\pi \rangle$ .

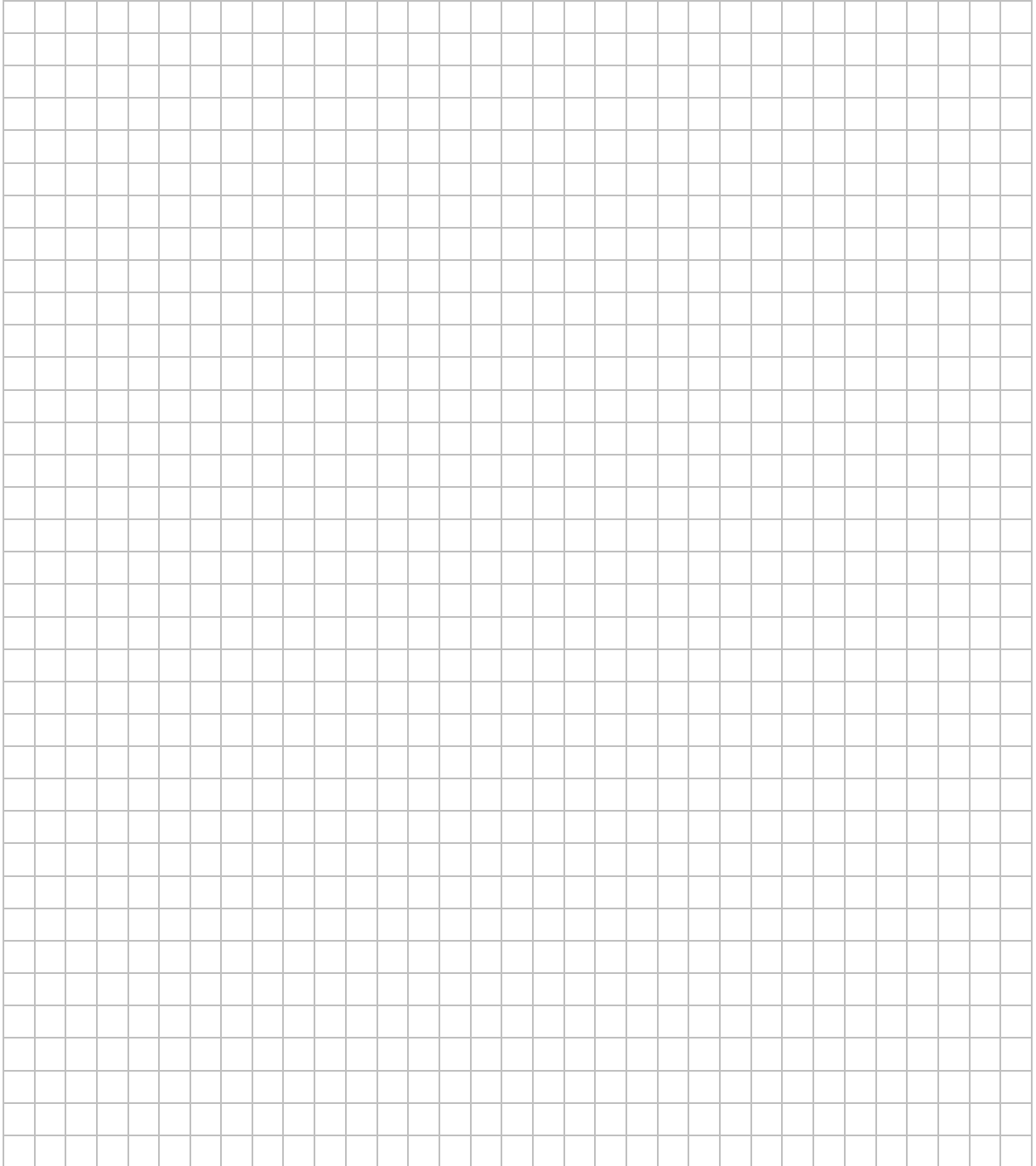


Odpowiedź: .....



**Zadanie 11. (0–4)**

W pudełku znajduje się 8 piłeczek oznaczonych kolejnymi liczbami naturalnymi od 1 do 8. Losujemy jedną piłeczkę, zapisujemy liczbę na niej występującą, a następnie zwracamy piłeczkę do urny. Tę procedurę wykonujemy jeszcze dwa razy i tym samym otrzymujemy zapisane trzy liczby. Oblicz prawdopodobieństwo wylosowania takich piłeczek, że iloczyn trzech zapisanych liczb jest podzielny przez 4. Wynik podaj w postaci ułamka zwykłego.



Odpowiedź: .....

<b>Wypełnia egzaminator</b>	<b>Nr zadania</b>	<b>10.</b>	<b>11.</b>
	<b>Maks. liczba pkt</b>	<b>4</b>	<b>4</b>
	<b>Uzyskana liczba pkt</b>		

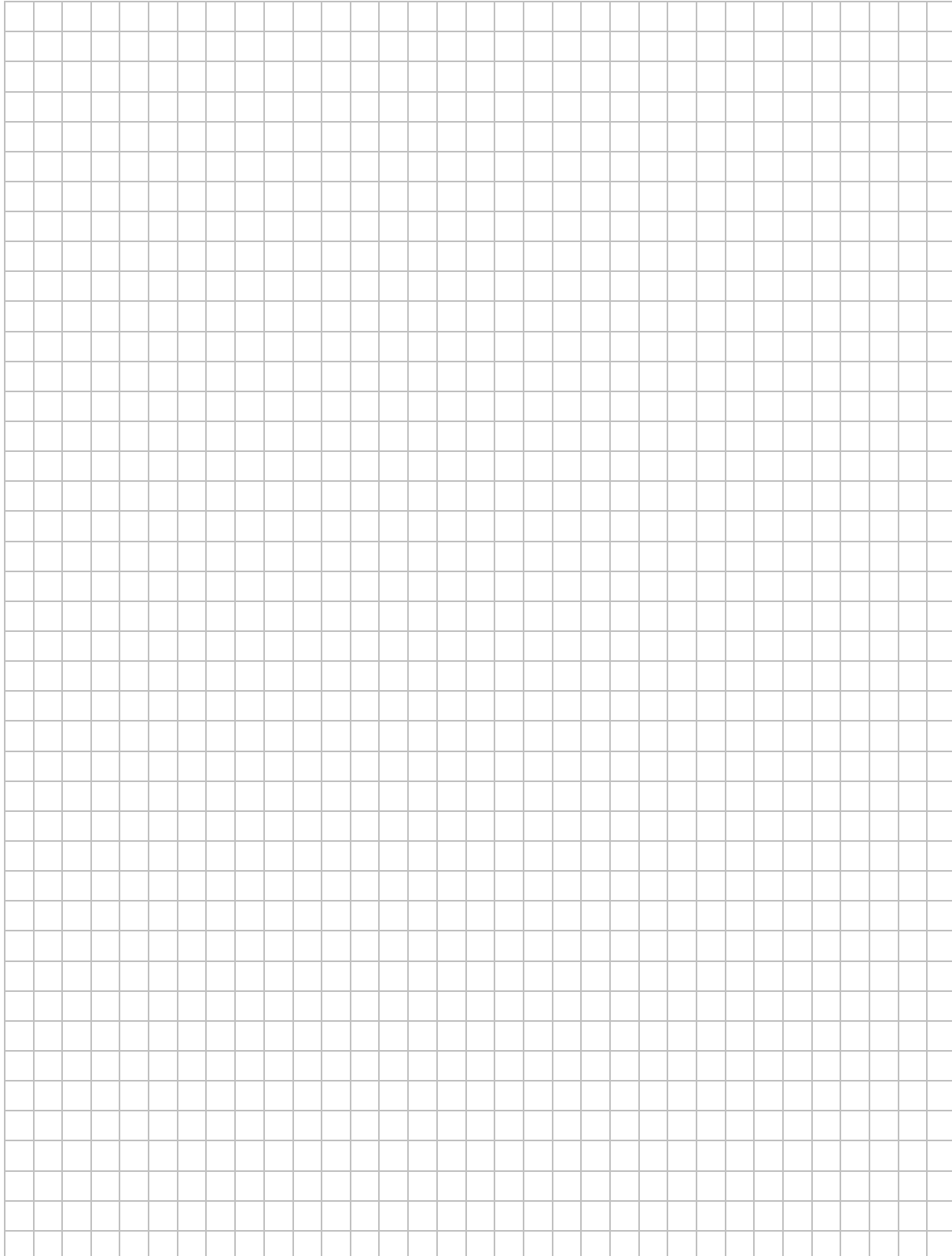
**Zadanie 12. (0–5)**

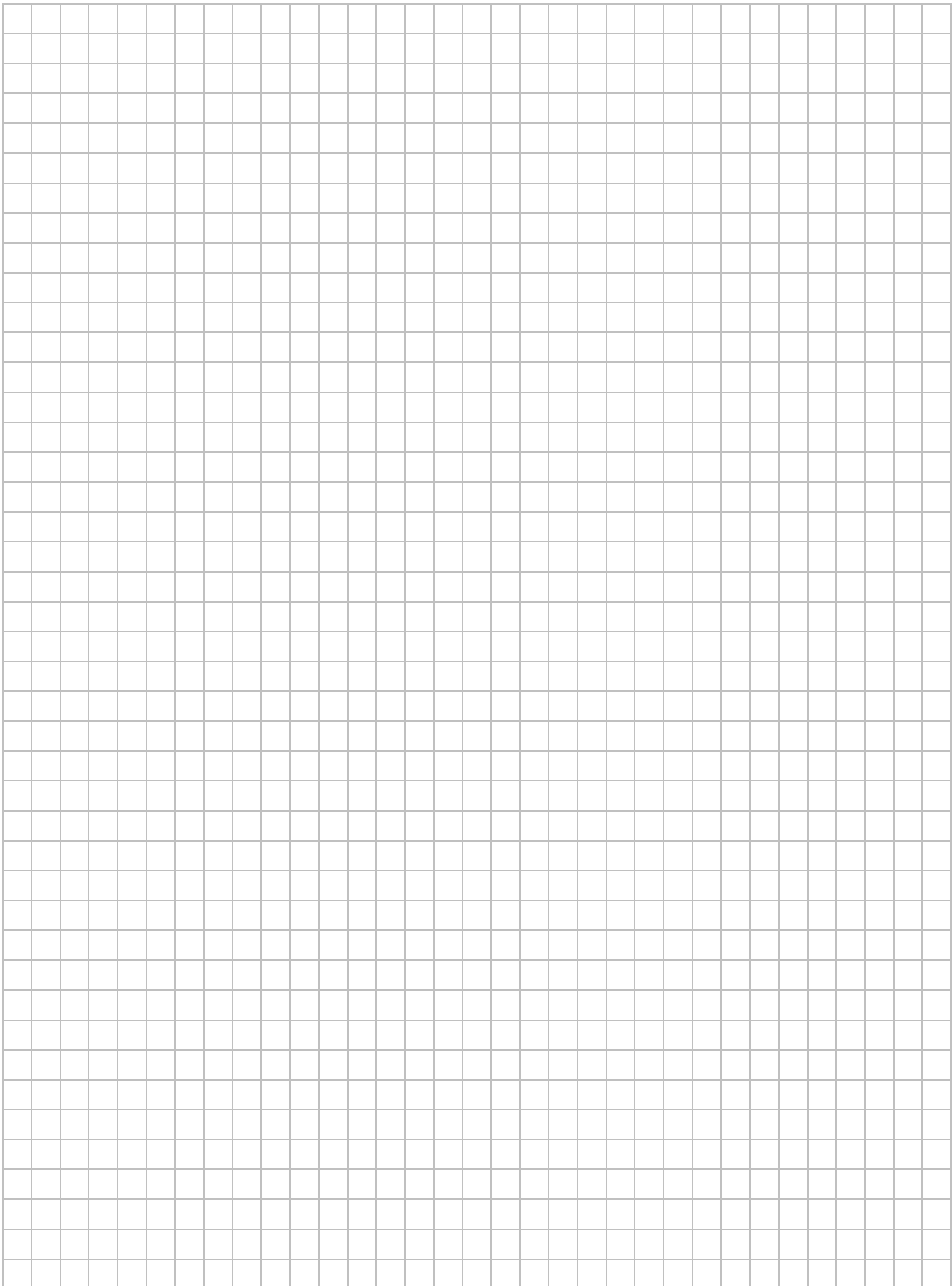
Wyznacz wszystkie wartości parametru  $m$ , dla których równanie

$$4x^2 - 6mx + (2m + 3)(m - 3) = 0$$

ma dwa różne rozwiązania rzeczywiste  $x_1$  i  $x_2$ , przy czym  $x_1 < x_2$ , spełniające warunek

$$(4x_1 - 4x_2 - 1)(4x_1 - 4x_2 + 1) < 0.$$



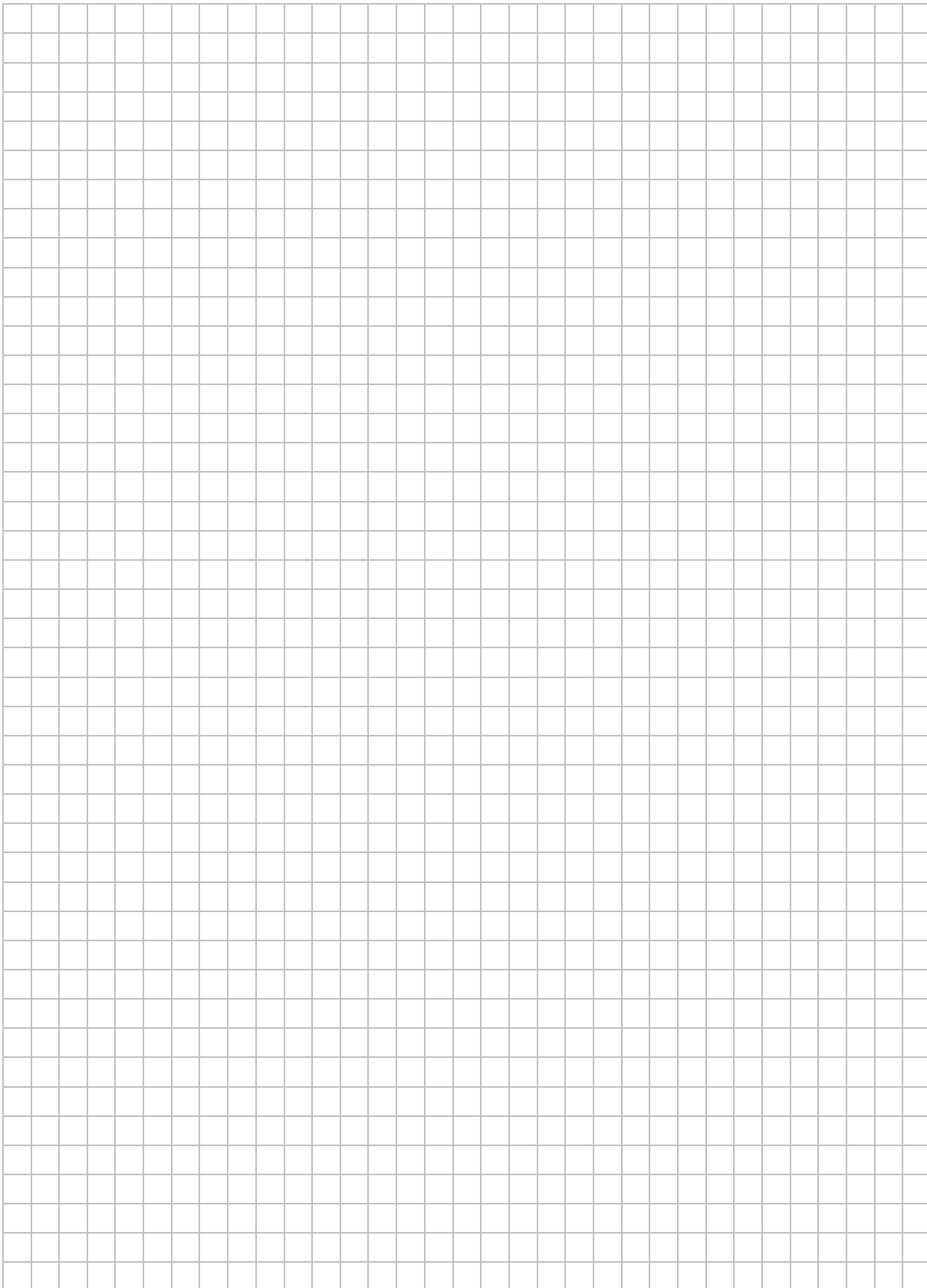


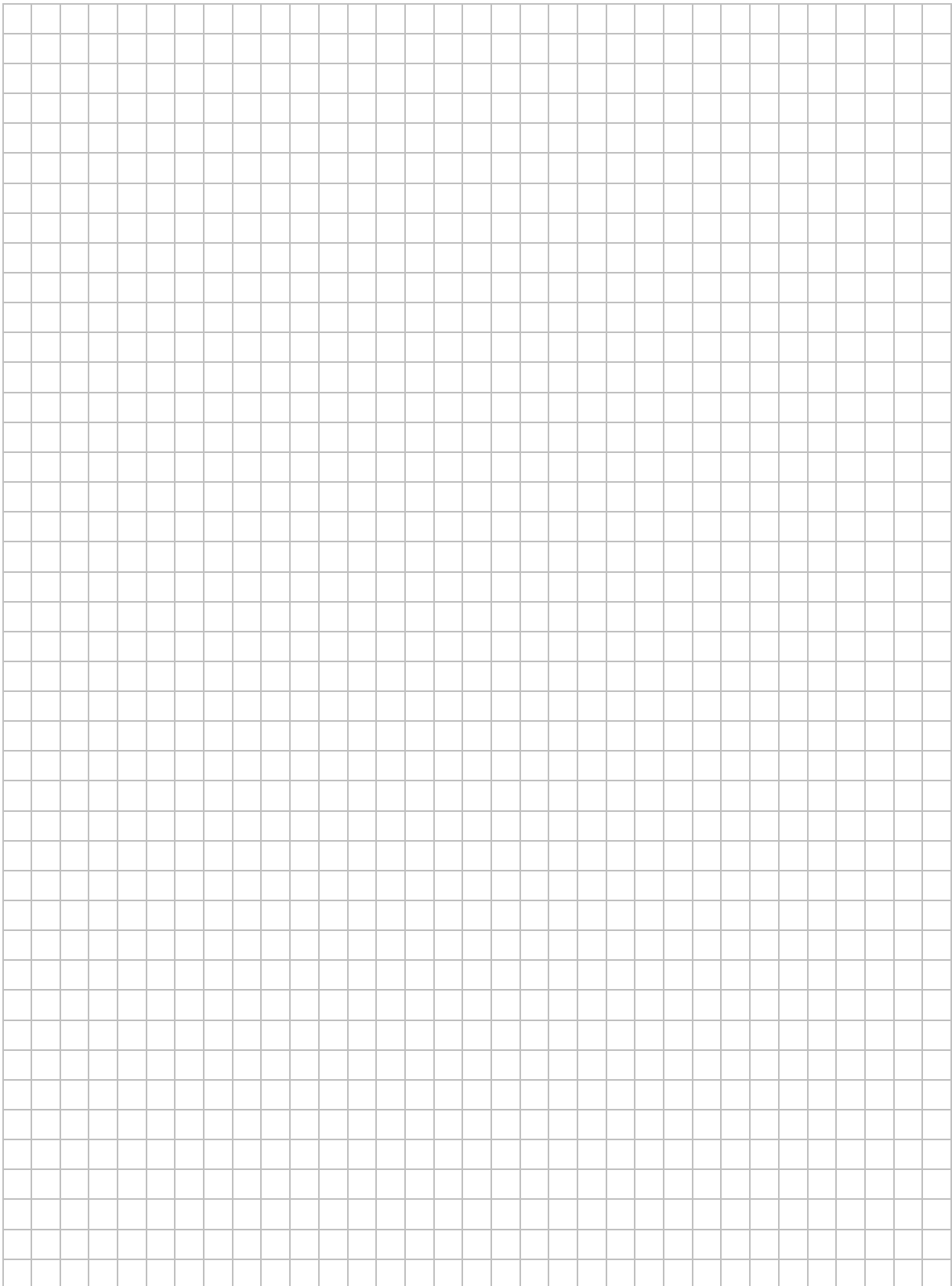
Odpowiedź: .....

<b>Wypełnia egzaminator</b>	<b>Nr zadania</b>	<b>12.</b>
	<b>Maks. liczba pkt</b>	<b>5</b>
	<b>Uzyskana liczba pkt</b>	

**Zadanie 13. (0–5)**

Wyznacz równanie okręgu przechodzącego przez punkty  $A = (-5, 3)$  i  $B = (0, 6)$ , którego środek leży na prostej o równaniu  $x - 3y + 1 = 0$ .





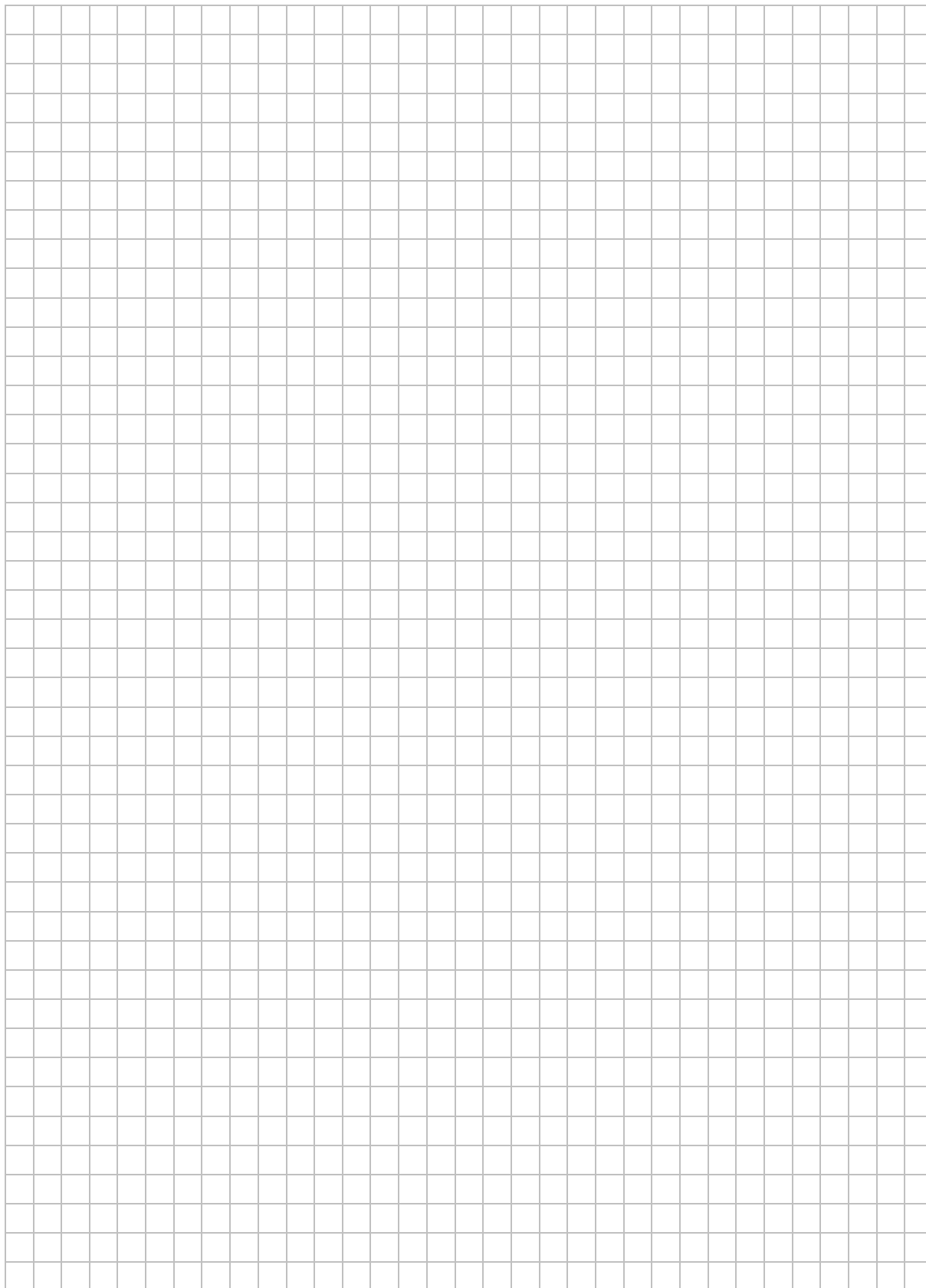
Odpowiedź: .....

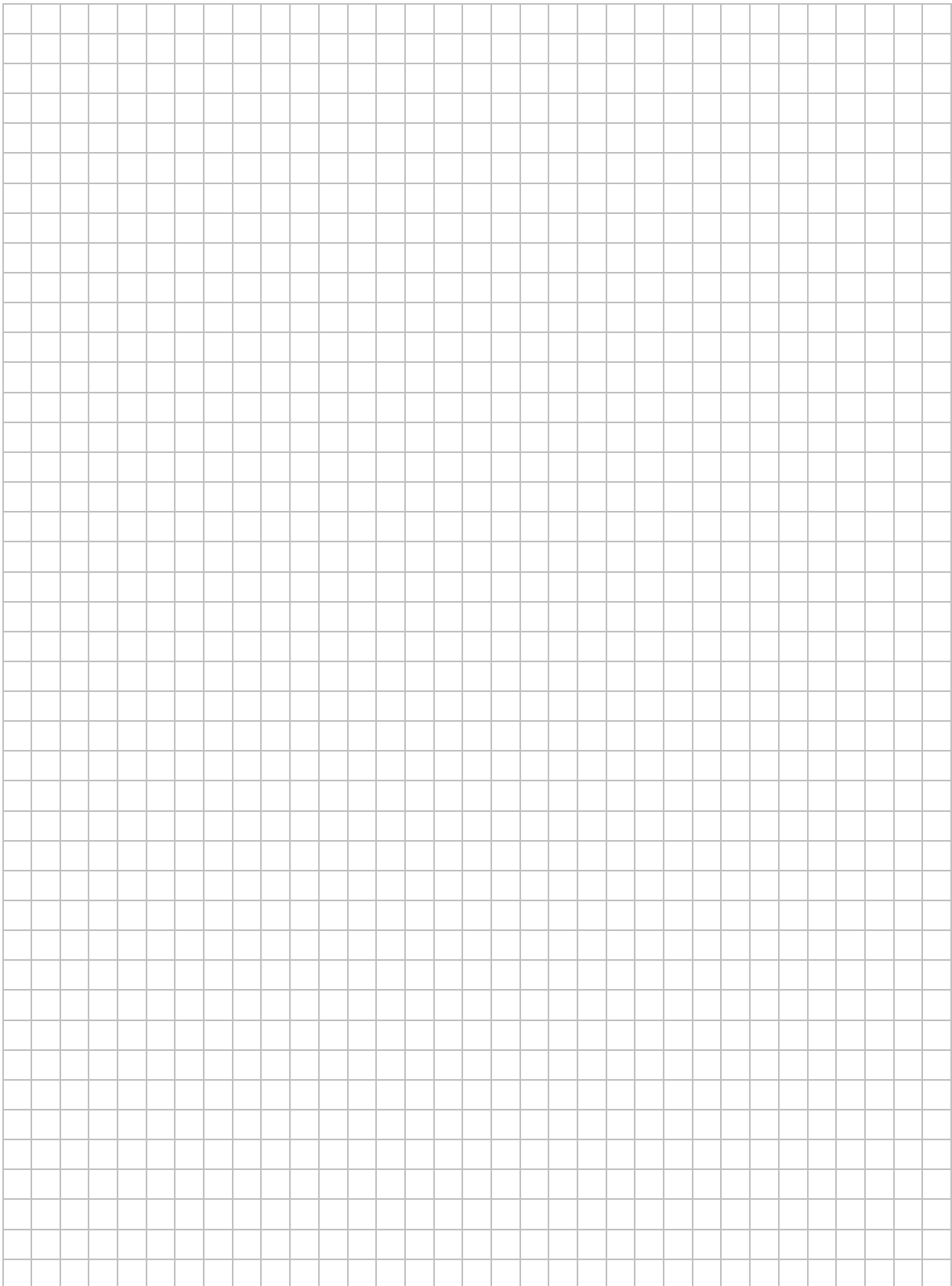
<b>Wypełnia egzaminator</b>	<b>Nr zadania</b>	<b>13.</b>
	<b>Maks. liczba pkt</b>	<b>5</b>
	<b>Uzyskana liczba pkt</b>	

**Zadanie 14. (0–6)**

Liczby  $a$ ,  $b$ ,  $c$  są – odpowiednio – pierwszym, drugim i trzecim wyrazem ciągu arytmetycznego. Suma tych liczb jest równa 27. Ciąg  $(a-2, b, 2c+1)$  jest geometryczny.

Wyznacz liczby  $a$ ,  $b$ ,  $c$ .



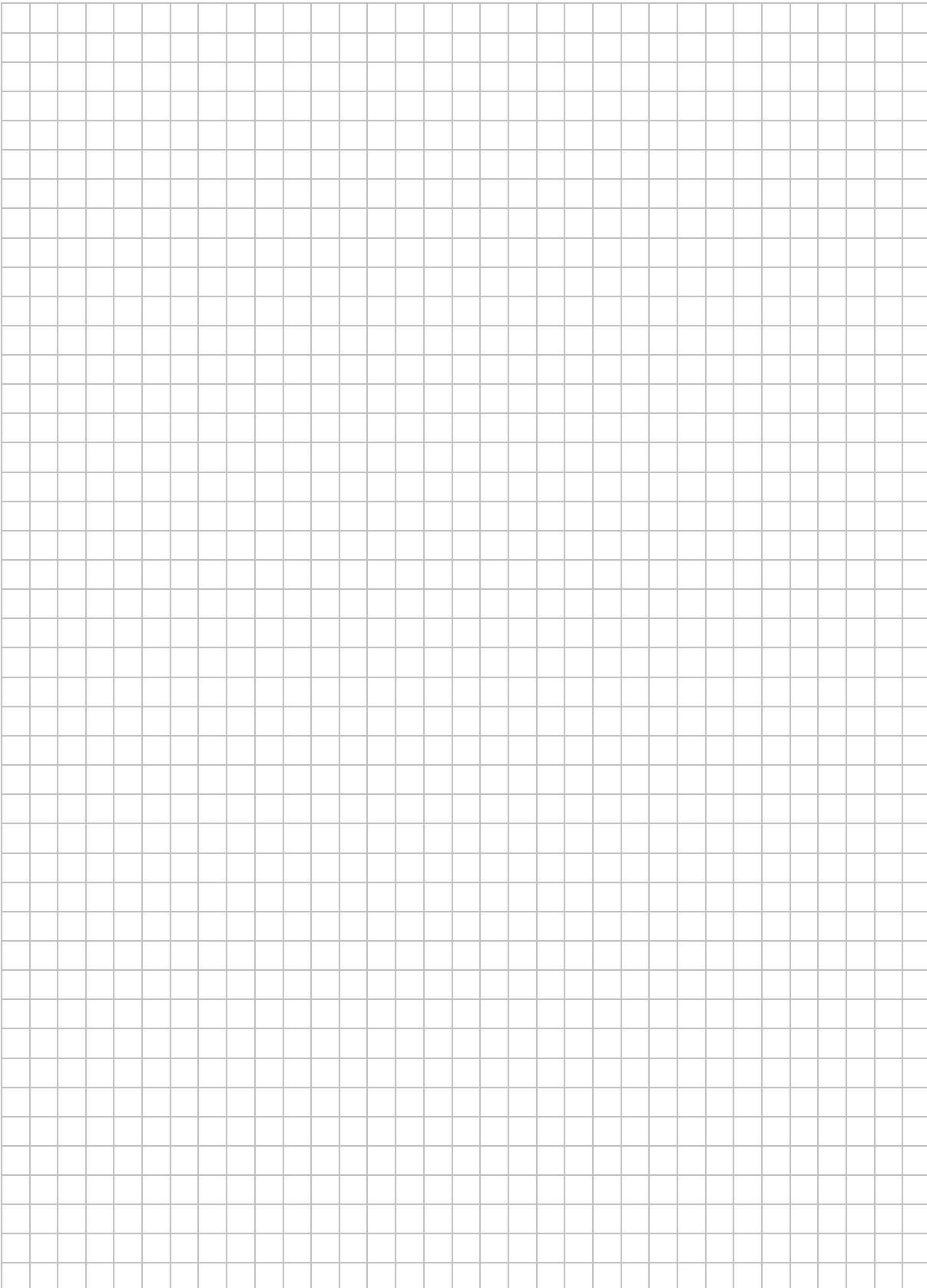


Odpowiedź: .....

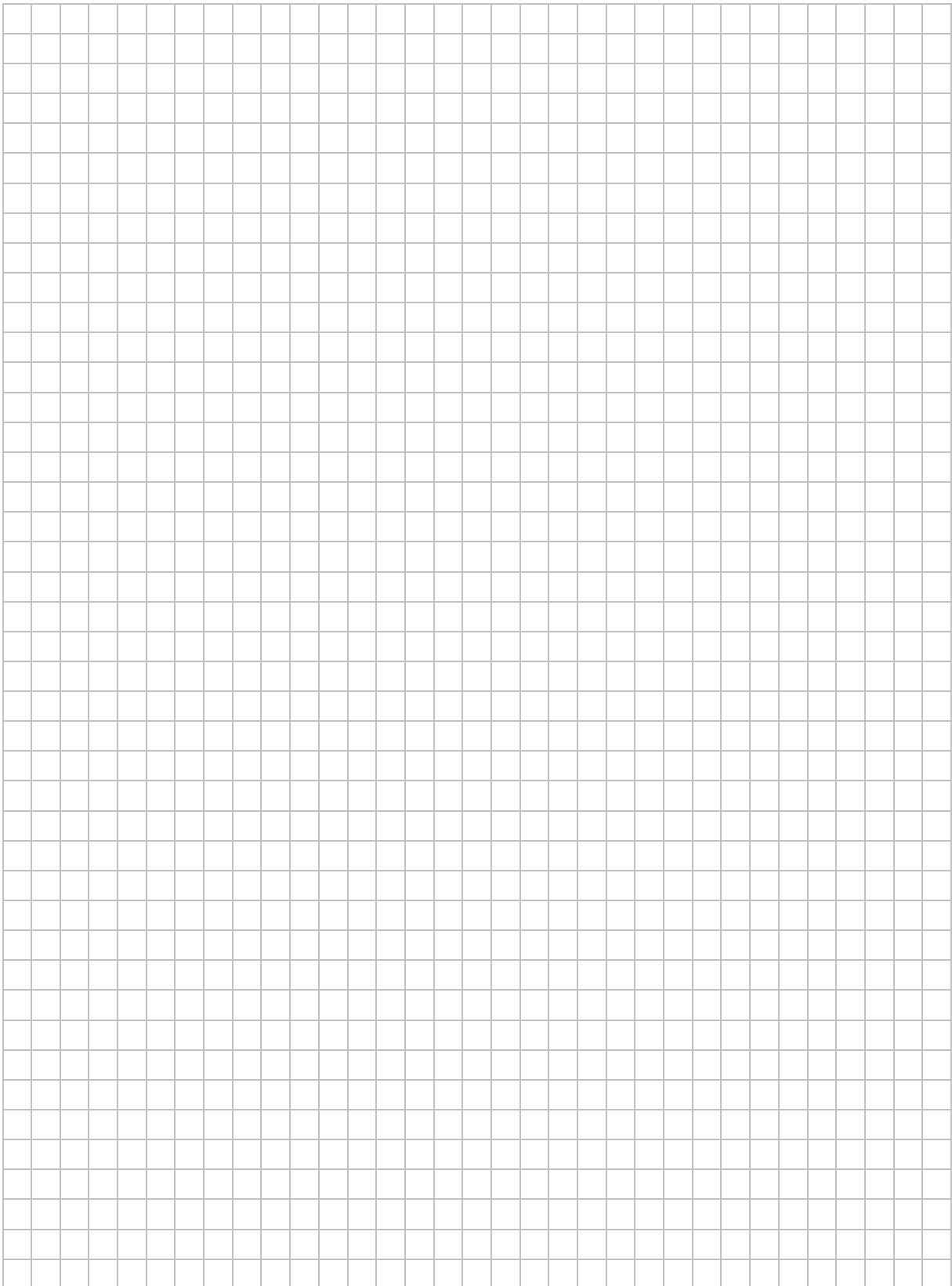
<b>Wypełnia egzaminator</b>	<b>Nr zadania</b>	<b>14.</b>
	<b>Maks. liczba pkt</b>	<b>6</b>
	<b>Uzyskana liczba pkt</b>	

**Zadanie 15. (0–7)**

Rozpatrujemy wszystkie walce o danym polu powierzchni całkowitej  $P$ . Oblicz wysokość i promień podstawy tego walca, którego objętość jest największa. Oblicz tę największą objętość.







Odpowiedź: .....

<b>Wypełnia egzaminator</b>	<b>Nr zadania</b>	<b>15.</b>
	<b>Maks. liczba pkt</b>	<b>7</b>
	<b>Uzyskana liczba pkt</b>	

**BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)**