

# MATURA 2012

## Powtórka do matury z matematyki

Część VI: Trygonometria  
**ROZWIĄZANIA**

Organizatorzy: [MatmaNa6.pl](http://MatmaNa6.pl) i [Dziennik.pl](http://Dziennik.pl)

Witaj,

jest to szósta z dziesięciu części materiałów powtórkowych do matury z matematyki. W każdy poniedziałek pod adresem <http://dziennik.pl> będą dostępne kolejne zadania maturalne do rozwiązania. W czwartki pod tym samym adresem znajdziesz rozwiązania poniedziałkowych zadań, abyś mógł zweryfikować swoje odpowiedzi. Dzisiaj rozwiązania do zadań z działu trygonometria.

Pomocne materiały z działu trygonometria znajdziesz na [www.matmana6.pl/tablice\\_matematyczne/liceum](http://www.matmana6.pl/tablice_matematyczne/liceum)

Powodzenia,

Redaktorzy portalu MatmaNa6.pl

Dziennikarze Dziennik.pl

## Trygonometria

### Zadanie 1:

Jeżeli  $\alpha$  jest kątem ostrym oraz  $\sin \alpha = \frac{1}{3}$ , to

a)  $\cos \alpha = \frac{1}{6}$

b)  $\cos \alpha = \frac{2\sqrt{2}}{3}$

c)  $\cos \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}$

d)  $\cos \alpha = \frac{1}{2}$

### Rozwiązanie:

Prawidłowa odpowiedź: b)

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\left(\frac{1}{3}\right)^2 + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\cos^2 \alpha = 1 - \frac{1}{9}$$

$$\cos^2 \alpha = \frac{8}{9}$$

Ponieważ  $\alpha$  jest kątem ostrym, to  $\cos \alpha > 0$ .

$$\cos \alpha = \sqrt{\frac{8}{9}} = \frac{2\sqrt{2}}{3}$$

**Zadanie 2:**

Po redukcji wyrażenia  $\sin(\pi - \alpha)$ , gdzie  $\alpha$  jest kątem ostrym, otrzymamy:

- a)  $\sin \alpha$
- b)  $\cos \alpha$
- c)  $-\sin \alpha$
- d)  $-\cos \alpha$

**Rozwiązanie:**

Prawidłowa odpowiedź: a)

**Zadanie 3:**

Miara stopniowa pewnego kąta wynosi  $20^\circ$ . Wskaż miarę łukową tego kąta.

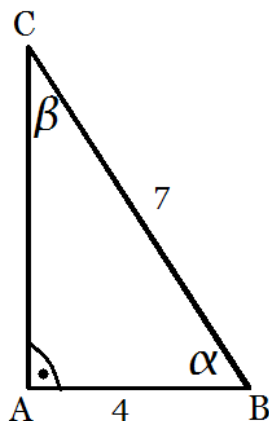
- a)  $\frac{\pi}{3}$
- b)  $\frac{\pi}{4}$
- c)  $\frac{\pi}{6}$
- d)  $\frac{\pi}{9}$

**Rozwiązanie:**

Prawidłowa odpowiedź: d)

$$180^\circ - \pi$$

$$20^\circ - x$$
$$x = \frac{20^\circ}{180^\circ} \pi = \frac{\pi}{9}$$

**Zadanie 4:**

a)  $\sin \alpha = \frac{4}{7}$

b)  $\sin \beta = \frac{4}{7}$

c)  $\operatorname{tg} \alpha = \frac{4}{7}$

d)  $\operatorname{ctg} \alpha = \frac{4}{7}$

**Rozwiązanie:**

Prawidłowa odpowiedź: b)

**Zadanie 5:**

Rozwiąż równanie

$$2 \sin x - \sqrt{3} = 0$$

gdzie  $x \in [0, 90^\circ]$ .**Rozwiązanie:**

$$2 \sin x - \sqrt{3} = 0$$

$$\sin x = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$x = 60^\circ$$

**Zadanie 6:**Oblicz  $\sin 105^\circ$ .**Rozwiązanie:**

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin(\alpha) \cdot \cos(\beta) + \cos(\alpha) \cdot \sin(\beta)$$

$$\sin 105^\circ = \sin(60^\circ + 45^\circ) = \sin(60^\circ) \cdot \cos(45^\circ) + \cos(60^\circ) \cdot \sin(45^\circ)$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}$$

**Zadanie 7:**

Wiedząc, że  $\cos \alpha = \frac{3}{5}$  ( $\alpha$  jest kątem ostrym) wyznacz wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych.

**Rozwiązanie:**

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin^2 \alpha + \left(\frac{3}{5}\right)^2 = 1$$

$$\sin^2 \alpha = 1 - \frac{9}{25}$$

$$\sin^2 \alpha = \frac{16}{25}$$

Ponieważ  $\alpha$  jest kątem ostrym, to  $\sin \alpha > 0$ .

$$\sin \alpha = \sqrt{\frac{16}{25}} = \frac{4}{5}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{\frac{4}{5}}{\frac{3}{5}} = \frac{4}{3}$$

$$\operatorname{ctg} \alpha = \frac{1}{\operatorname{tg} \alpha} = \frac{3}{4}$$

### Zadanie 8:

Sprawdź czy poniższa równość jest tożsamością.

$$(\sin \alpha - \cos \alpha)^2 = 1 - \sin 2\alpha$$

### Rozwiązanie:

Tak.

$$(\sin \alpha - \cos \alpha)^2 = \sin^2 \alpha - 2 \sin \alpha \cos \alpha + \cos^2 \alpha = 1 - 2 \sin \alpha \cos \alpha = 1 - \sin 2\alpha$$

**Zadanie 9:**

Rozwiąż równanie.

$$\sin(x)\cos(2x) + \cos(x)\sin(2x) = 1$$

**Rozwiązanie:**

$$\sin(x)\cos(2x) + \cos(x)\sin(2x) = 1$$

Korzystając ze wzoru na sinus sumy kątów otrzymujemy, że:

$$\sin(x)\cos(2x) + \cos(x)\sin(2x) = 1$$

$$\sin(x+2x) = 1$$

$$\sin(3x) = 1$$

$$3x = \frac{\pi}{2} + 2k\pi$$

$$x = \frac{\pi}{6} + \frac{2k\pi}{3}$$

**Zadanie 10:**

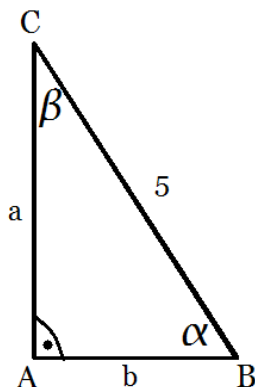
Dany jest trójkąt prostokątny, którego przeciwprostokątna ma długość 5.

Wiadomo, że suma sinusów kątów ostrych tego trójkąta wynosi  $\frac{7}{5}$ , natomiastróżnica cosinusów kątów ostrych to  $-\frac{1}{5}$ . Oblicz długości przyprostokątnych.



**Rozwiązanie:**

Niech  $c$  oznacza długość przeciwprostokątnej, natomiast  $a$  i  $b$  długości przyprostokątnych.  $\alpha$  i  $\beta$  to miary kątów ostrych trójkąta.



$$c = 5$$

$$\begin{cases} \sin \alpha + \sin \beta = \frac{7}{5} \\ \cos \alpha - \cos \beta = \frac{-1}{5} \end{cases}$$

$$\sin \alpha = \frac{a}{5}$$

$$\cos \alpha = \frac{b}{5}$$

$$\sin \beta = \frac{b}{5}$$

$$\cos \beta = \frac{a}{5}$$

$$\begin{cases} \frac{a}{5} + \frac{b}{5} = \frac{7}{5} \\ \frac{b}{5} - \frac{a}{5} = \frac{-1}{5} \end{cases}$$

$$\begin{cases} a + b = 7 \\ b - a = -1 \end{cases}$$

$$2b=6$$

$$b=3$$

podstawiając do równania pierwszego ostatniego układu równań

$$a+3=7$$

$$a=4$$

Długości przyprostokątnych wynoszą 3 i 4 .

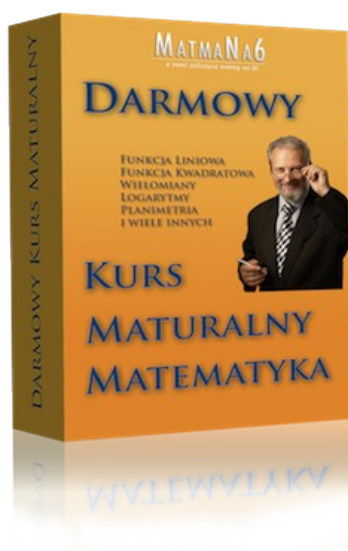
Kolejne części powtórki będą dostępne w poniedziałek pod adresem

<http://www.dziennik.pl>

Szczegółowe wyjaśnienia zagadnień z działu trygonometria, które pomogą Ci w rozwiązaniu powyższych zadań znajdziesz na stronie

[http://matmana6.pl/tablice\\_matematyczne/liceum](http://matmana6.pl/tablice_matematyczne/liceum)

Wszelkie uwagi, komentarze na temat powtórki maturalnej można kierować na adres [pytania@matmana6.pl](mailto:pytania@matmana6.pl).



Redaktorzy serwisu MatmaNa6.pl prowadzą Darmowy Kurs Maturalny z matematyki na poziomie podstawowym i rozszerzonym, który składa się z ponad 70 lekcji. Każda lekcja zawiera:

1. omówienie wybranego zagadnienia,
2. ćwiczenia interaktywne,
3. przykłady zadań,
4. zadania maturalne do samodzielnego rozwiązania,
5. rozwiązania zadań z poprzedniej lekcji.

**[Kliknij aby zapisać się na kurs.](#)**