dziennik.pl

MatmaNa6
z nami zaliczysz matmę na 6!

MATURA 2012

Powtórka do matury z matematyki

Część VIII: Geometria analityczna
ROZWIĄZANIA

Organizatorzy: MatmaNa6.pl i Dziennik.pl

Witaj,

otrzymałeś już ósmą z dziesięciu części materiałów powtórkowych do matury z matematyki, tutaj znajdziesz rozwiązania zadań. W poniedziałek pod adresem http://dziennik.pl będą dostępne kolejne zadania maturalne do rozwiązania.

Na stronie http://matmana6.pl/tablice_matematyczne znajdziesz materiały pomocne przy rozwiązywaniu zadań maturalnych.

Powodzenia,

Redaktorzy portalu MatmaNa6.pl

Dziennikarze Dziennik.pl

Geometria analityczna

Zadanie 1:

Wskaż prostą równoległą do prostej $k: y=-5x+1$.

$a)\ y=\frac{-1}{5}x-4$

$b)\ y=-5x+1$

$c)\ y=5x+6$

$d)\ y=\frac{1}{5}x+2$

Rozwiązanie:

Prawidłowa odpowiedź: b)

Dwie proste są równoległe, jeżeli mają taki sam współczynnik kierunkowy.

Zadanie 2:

Wskaż równanie kierunkowe prostej przechodzącej przez punkt $Q=(0,1)$ i równoległej do prostej $y=4x-2$.

$a) y=-3x+6$

$b)\ y=-x+1$

$c)\ y=4x+1$

$d)\ y=\frac{-1}{4}x$

Rozwiązanie:

Prawidłowa odpowiedź: c)

$$y = ax + b$$

Ponieważ szukana prosta jest równoległa do prostej $y = 4x - 2$, to współczynnik kierunkowy a jest równy 4. Prosta $y = ax + b$ przechodzi przez punkt $Q = (0,1)$. Stąd otrzymujemy:

$$\begin{cases} a = 4 \\ b = 1 \end{cases}$$

Równanie prostej, to:

$$y = 4x + 1$$

Zadanie 3:

Wskaż promień okręgu o równaniu $(x-5)^2 + (y-4)^2 = 16$.

$a)$ 5

$b)$ 4

$c)$ 3

$d)$ 2

Rozwiązanie:

Prawidłowa odpowiedź: b)

Zadanie 4:

Punkt styczności okręgu o równaniu $(x-3)^2 + (y-3)^2 = 9$ z osią OY to:

$a)$ $(0,3)$

$b)$ $(0,2)$

$c)$ $(0,1)$

$d)$ $(0,-3)$

Rozwiązanie:

Prawidłowa odpowiedź: a)

Zadanie 5:

Dane są dwa przeciwległe wierzchołki prostokąta $A=(4,5)$ i $C=(2,1)$. Punkt przecięcia się przekątnych tego prostokąta, to:

$a)\ (3,3)$

$b)(6,6)$

$c)(3,4)$

$d)(2,5)$

Rozwiązanie:

Prawidłowa odpowiedź: a)

Punkt przecięcia się przekątnych, to środek odcinka AC, stąd:

$$S=\left(\frac{4+2}{2,}\frac{5+1}{2}\right)=(3,3) \quad .$$

Zadanie 6:

Oblicz pole trójkąta równobocznego, w który wpisany jest okrąg o równaniu $x^2+y^2-4x+6y+9=0.$

Rozwiązanie:

Przekształcamy równanie okręgu.

$$x^2+y^2-4\mathrm{x}+6\mathrm{y}+9=0$$

$$x^2-4\mathrm{x}+y^2+6\mathrm{y}+9=0$$

$$x^2-4\mathrm{x}+4+y^2+6\mathrm{y}+9-4=0$$

$$(x-2)^2+(y+3)^2-4=0$$

$$(x-2)^2+(y+3)^2=2^2$$

Promień okręgu wynosi:

$$r=2$$

Obliczamy wysokość trójkąta.

$$r=\frac{1}{3}h$$

$$2=\frac{1}{3}h$$

$$h=6$$

Obliczamy długość boku.

$$h=\frac{a\sqrt{3}}{2}$$

$$6=\frac{a\sqrt{3}}{2}$$

$$a=\frac{12}{\sqrt{3}}=4\sqrt{3}$$

Obliczamy pole trójkąta równobocznego.

$$P=\frac{a^2\sqrt{3}}{4}=\frac{(4\sqrt{3})^2\sqrt{3}}{4}=12\sqrt{3}$$

Zadanie 7:

Wyznacz równanie okręgu O jeżeli wiadomo, że odcinek AB jest średnicą tego okręgu ($A=(3,6)$, $B=(5,8)$).

Rozwiązanie:

Skoro odcinek AB jest średnicą okręgu, to środek okręgu znajduje się w połowie odcinka AB .

$$S=\left(\frac{3+5}{2,}\frac{6+8}{2}\right)=(4,7)$$

Promień okręgu wyznaczymy jako długość odcinka AS .

$$r=|AS|=\sqrt{(4-3)^2+(7-6)^2}=\sqrt{2}$$

Szukane równanie okręgu, to:

$$O:\ (x-4)^2+(y-7)^2=2$$

Zadanie 8:

Zapisz wzór funkcji f przesuniętej o wektor $\vec{v}$.

$a)\ f(x)=x^2,\ \vec{v}=[3,-2]$,

$b)\ f(x)=\frac{1}{x},\ \vec{v}=[-2,0]$,

$c)\ f(x)=\log_3 x,\ \vec{v}=[-1,1]$,

Rozwiązanie:

$a)\ f(x)=x^2,\ \vec{v}=[3,-2]$,

$$f(x-3)-2=(x-3)^2-2=x^2-6x+9-2=x^2-6x+7$$

$b)\ f(x)=\frac{1}{x},\ \vec{v}=[-2,0]$,

$$f(x+2)+0=\frac{1}{x+2}$$

$c)\ f(x)=\log_3 x,\ \vec{v}=[-1,1]$,

$$f(x+1)+1=\log_3(x+1)+1$$

Zadanie 9:

Określ dla jakich wartości parametru m, okręgi

$$O_1 : (x+m)^2+(y-2\mathrm{m})^2=9,$$
$$O_2 : (x-3\mathrm{m})^2+(y+m)^2=16$$

są wewnętrznie styczne.

Rozwiązanie:

$$O_1 : (x+m)^2+(y-2\mathrm{m})^2=9$$
$$S_1=(-m,2m)$$
$$r_1=3$$

$$O_2 : (x-3\mathrm{m})^2+(y+m)^2=16$$
$$S_2=(3\mathrm{m},-m)$$
$$r_2=4$$

$$|S_1S_2|^2=(3\mathrm{m}+m)^2+(-m-2\mathrm{m})^2=16\mathrm{m}^2+9\mathrm{m}^2=25\mathrm{m}^2$$
$$|r_1-r_2|=|4-3|=1$$

$$|S_1S_2|=|r_1-r_2|$$
$$|S_1S_2|^2=|r_1-r_2|^2$$
$$25\mathrm{m}^2=1$$
$$m^2=\frac{1}{25}$$
$$m=\frac{\pm 1}{5}$$

Zadanie 10:

Punkt E jest środkiem boku AC trójkąta ABC, natomiast punkt F jest śodkiem boku BC tego trójkąta. Wykaż, że odcinek EF jest równoległy do boku AB i jego długość jest równa połowie długości boku AB.

Rozwiązanie:

$$\overrightarrow{EF}=\overrightarrow{EC}+\overrightarrow{CF}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}+\frac{1}{2}\overrightarrow{CB}=\frac{1}{2}(\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{CB})=\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$$

dziennik.pl

MatmaNa6
z nami zaliczysz matmę na 6!

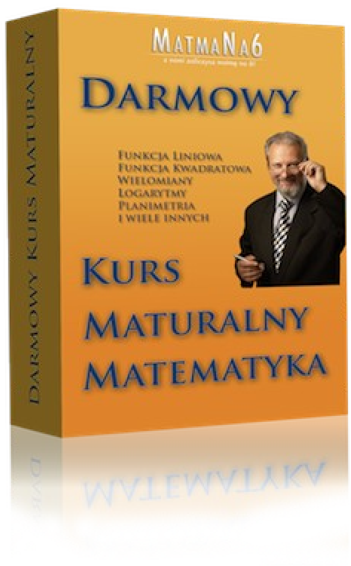
Kolejne części powtórki będą dostępne w poniedziałek pod adresem

http://www.dziennik.pl

Szczegółowe wyjaśnienia zagadnień z działu geometria analityczna, które pomogą Ci w rozwiązaniu powyższych zadań znajdziesz na stronie

http://matmana6.pl/tablice_matematyczne/liceum

Wszelkie uwagi, komentarze na temat powtórki maturalnej można kierować na adres pytania@matmana6.pl.



Redaktorzy serwisu MatmaNa6.pl prowadzą Darmowy Kurs Maturalny z matematyki na poziomie podstawowym i rozszerzonym, który składa się z ponad 70 lekcji. Każda lekcja zawiera:

1. omówienie wybranego zagadnienia,
2. ćwiczenia interaktywne,
3. przykłady zadań,
4. zadania maturalne do samodzielnego rozwiązania,
5. rozwiązania zadań z poprzedniej lekcji.

Kliknij aby zapisać się na kurs.